

## Processi Stocastici 2011/12 – Programma d'esame

Per la prova orale è richiesta la conoscenza di *tutte le definizioni e gli enunciati del corso*. È inoltre richiesta la conoscenza dettagliata delle *dimostrazioni dei seguenti risultati*:

- 1 • costruzione della speranza condizionale: esistenza e unicità q.c. (§9.5 Williams); pag 8-10
- 2 • teoremi elementari sulle martingale a tempo discreto:
  - l'integrale stocastico discreto di un processo prevedibile (risp. prevedibile e positivo) rispetto a una martingala (risp. submartingala) è una martingala (risp. submartingala) (§10.7 Williams); pag 33
  - (sub)martingale arrestate restano (sub)martingale (§10.9 Williams); pag 34
  - teorema d'arresto (§10.10 Williams, con enunciato generalizzato); pag 36
- 3 • disuguaglianza di upcrossing e teorema di convergenza per supermartingale limitate in  $L^1$  (capitolo 11 Williams); pag 44-45
- 4 • caratterizzazione della convergenza in  $L^1$  per una successione di variabili aleatorie in termini dell'uniforme integrabilità (§13.7 Williams); pag 60-61 <sup>LEMMA 15</sup>
- 5 • caratterizzazione delle martingale uniformemente integrabili e teorema di Lévy upward (§14.1 e §14.2 Williams); pag 62-63
- 6 • disuguaglianza massimale (§14.6 Williams); pag 65 <sup>3.2.11.11.20</sup>
- 7 • teorema d'arresto opzionale:
  - per submartingale, quando i tempi d'arresto sono limitati (§A14.2 Williams, con  $N$  rimpiazzato da un tempo d'arresto  $S(\omega)$  limitato); ?
  - per martingale uniformemente integrabili (§A14.3 Williams); pag 68
- 8 • Convergenza di Martingale limitate in  $L^2$  (§12.1 Williams) pag 48
- 9 • Decomposizione di Doob (§12.11 Williams) pag 57
- 10 • riformulazione del moto browniano come processo gaussiano (Teorema 2.9);
- 11 • variazione quadratica del moto browniano e variazione infinita delle sue traiettorie (Proposizione 2.17 e Corollario 2.18);
- 12 • principio di riflessione per il moto browniano (Teorema 3.29).